Разбор задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по информатике 2013-14 в Санкт-Петербурге.

Набор задач подготовил Андрей Сергеевич Станкевич

Разбор подготовил Виталий Евгеньевич Аксенов

Задача A.

В данной задаче не предусматривались частичные решения.

Для каждого разбиения на две пары четырёх чисел надо просуммировать произведения каждой пары и выбрать из них максимум. Чтобы перебрать все варианты разбиения на две пары, можно было использовать циклы или перебрать их вручную, так как всего таких вариантов 6.

Данное решение получает 100 баллов.

Задача B.

Решение на 56 баллов. Для каждого числа от 1 до n найдём количество его делителей. Для нахождения количества делителей числа x, перебираем все числа от 1 до n и проверяем, делится ли x на него. Данное решение имеет асимптотику $O(n^2)$.

Решение на 94 балла. Предыдущее решение можно ускорить, если заметить, что для нахождения количества делителей числа x, можно перебирать только числа до корня из x.

Решение на 100 баллов. Заведём массив d. Будем перебирать числа от 1 до n. Пусть сейчас у нас число x. Для каждого числа k, такого что $kx \le n$, прибавляем к $d[kx]$ единицу. Чтобы найти ответ на задачу нам нужно просто найти максимум в этом массиве.

Задача C.

Решение на 14 баллов. Можно было просто перебрать все возможные разбиения на нечётные слагаемые и посчитать их количество.

Правильное решение. Будем решать динамическим программированием и считать следующую величину: d[какая сумма получена][последнее слагаемое, которое мы брали]. Пересчёт следующий:

$$d[i][j] = \begin{cases} d[i][j-1], j - \text{чётное} \\ d[i][j-1] + d[i-j][j], j - \text{нечётное} \end{cases}.$$

Ответ будет храниться в $d[n][n]$.

Если всё считать в integer, то количество баллов равно 62.

Если всё считать в int64, то количество баллов равно 74.

Если всё считать с помощью длинной арифметики, то количество баллов равно 100.

Задача D.

В данной задаче нет частичных решений. За правильное решение даётся 100 баллов.

Сначала разобьём школьников на две группы – школьники, стоящие на нечётных местах, и школьники, стоящие на чётных. Для каждого школьника будем запоминать количество времени, проведённое на поле, и находится ли он сейчас на поле.

В каждый момент времени мы увеличиваем на единицу время, проведённое на поле, для каждого игрока, находящегося сейчас там. Для каждой команды выбираем игрока s, который провёл меньшего всего времени и сейчас не на поле, и игрока t, который провёл больше времени и сейчас на поле. Далее помечаем, что игрок s сейчас на поле, а игрок t – нет.

Всего моментов времени m, поэтому данную операцию нужно применить m раз.

Итого время работы программы: $O(nm)$.

Задача E.

Основная идея алгоритма заключается в следующем. Будем использовать обозначение (w,d) для работы со штрафом w и временем окончания выполнения d. Отсортируем все работы по уменьшению штрафа. Будем назначать работы на дни. Когда мы берём работу (w,d) мы пытаемся её выполнить в день, который ещё не занят и меньше либо равен d. Если такого для не существует, мы данную работу не выполняем и платим штраф w. Нетрудно убедиться, что данный алгоритм работает.

Единственное отличие может быть в реализации, а именно момент, за какое время мы будем искать удовлетворяющий нас день.

Решение на 86 баллов. Будем хранить для каждого дня выполняется ли что-нибудь или нет. Тогда для нахождения удовлетворяющего нас дня мы будем идти влево от d и искать первый не занятый день. Асимптотика данного алгоритма равна $O(nm)$.

Решение на 100 баллов. Будем хранить дерево свободных дней. Тогда для нахождения удовлетворяющего нас дня нам нужно просто взять в этом дереве наибольшее число меньше либо равное d. Далее удалить этот день из дерева. Асимптотика данного алгоритма равна $O(n\log m)$.